

المعرفتين البولياني ومورفزم الشبكة :

ب. المورفزم البولياني من A إلى B يحقده ما يلي

$$f(x \vee y) = f(x) \vee f(y) \quad f(xy) = f(x) f(y)$$

منه أرى أنه مورفزم شبكة. بالأسفل نجد التفسير من أجل مورفزم الشبكة بين جبرين بوليانيين ليس بالضرورة مورفزم بولياني (جدولاً صحيحاً)

مثال:

ليكن $f: P(E) \rightarrow P(E)$ معرف بالشكل التالي $f(x) = x \cup x_0$ x_0 مجموعة جزئية غير خالية من E ثابتة

$$f(x \cup y) = (x \cup y) \cup x_0 = (x \cup x_0) \cup (y \cup x_0) = f(x) \cup f(y)$$

$$f(x \cap y) = (x \cap y) \cup x_0 = (x \cup x_0) \cap (y \cup x_0) = f(x) \cap f(y)$$

أي أن f هو مورفزم شبكة

$$f(E) = E \cup x_0 = E$$

أي أن f يترك E ثابتاً

$$f(\emptyset) = \emptyset \cup x_0 = x_0$$

أي أن f لم يترك \emptyset ثابتاً

$$\neq \begin{cases} f(C_x) = C_x \cup x_0 \\ f(C_x) = C_x \cup x_0 = C_x \cap C_{x_0} \end{cases}$$

أي أن f ليس مورفزم بولياني
مرفحاً

ب. التفسير التاليين صحتا

① f مورفزم بولياني من A إلى B

② f مورفزم شبكة يمكن $f(1) = 0$ $f(0) = 1$

البرهان:

$$b \leftarrow a$$

$$a \leftarrow b$$

من أجل أي x من A فإن

$$x \wedge x' = 0 \Rightarrow f(x \wedge x') = f(0) \Rightarrow f(x) \wedge f(x') = 0$$

$$x \vee x' = 1 \Rightarrow f(x \vee x') = f(1) \Rightarrow f(x) \vee f(x') = 1$$

نصفه نستطيع ان يكون موزون بوليادي

مبرهنة:

اذا كانت f موزون عام للشبكة فان f يكون موزون بوليادي:

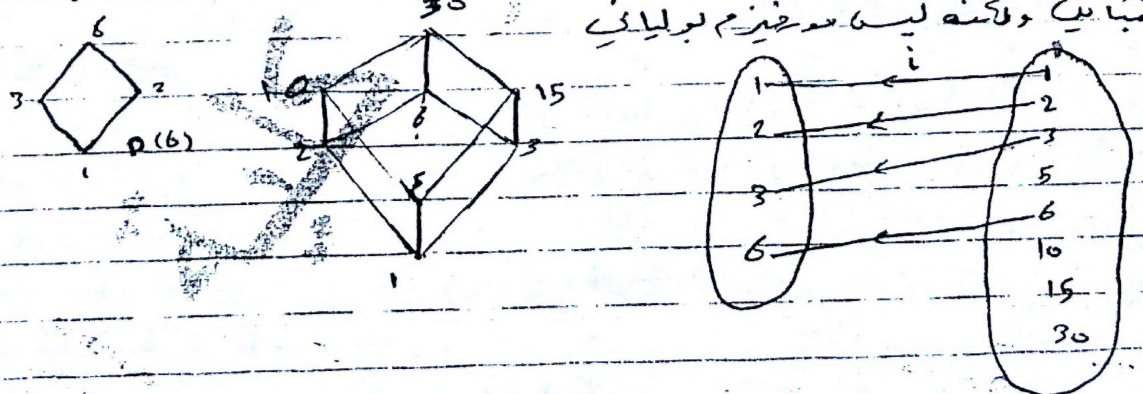
البرهان: لنكن $y \in \beta$ عام $x \in \alpha$ حيث تكون $y = f(x)$ من A يكون $x \leq y$ و $y \in \beta$ متزايد $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5) \leq f(6)$ (لانه متزايد متزايد في الترتيب) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5) \leq f(6)$ وهذا يحقق من اجل ان $y \in \beta$ ونصفه نتبع ان $f(1) = 1, f(2) = 0, f(3) = 1, f(4) = 1, f(5) = 1, f(6) = 1$ وبذلك نحقق ان المبرهنة المتقدمة تكون f موزون بوليادي

ملاحظة:

موزون الشبكة المتباين ليس بالضرورة موزون بوليادي

مثال:

(6) شبكة من (30) ، $D(30)$ تقسيم البعد طال المتناهي من $D(6)$ في $D(30)$ يكون متباين ولكنه ليس موزون بوليادي



اذا كان f موزون بوليادي لانه لم يمتد مع الزيادة $f(6) = 6$ وليس الزيادة المستمرة (تتجه في الاتجاه الآخر) $f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3, f(6) = 6$ وهو لا في المستمرة $f(15) = 15, f(30) = 30$ ليست آية في المستمرة

جاءت العلاقات البولينية :

لتكن (A) مجموعة من العلاقات البولينية يمكن أن تعرف بمجموعة الجداء $A = \prod_i A_i$ عملية الجداء $(x_i, y_i) = (x_i, y_i)$ بسيطة يمكن أن نشبث أنه يمكن بناء حلقة بولينية A على

$$(x_i, y_i) = (x_i, y_i)$$

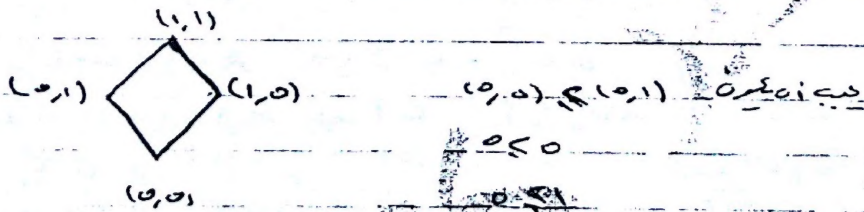
$$(x_i)' = (x_i')$$

$$(x_i) + (y_i) = \cancel{(x_i)} \vee (x_i)' \vee (x_i)' (y_i) = (x_i, y_i) \vee (x_i', y_i')$$

يمكن أن نعرف الحلقة البولينية A (حيث n عدد طبيعي مختلف عن الصفر) انطلاقاً من الحلقة البولينية

مثال :

إذا كانت $U = 10, 12$ فماذا تكون حلقة بولينية مؤلفة من أربعة عناصر



ملحوظة :

علاقة الترتيب المعرفة على حلقة الجداء هي ترتيب الجداء

$$(x_i) \leq (y_i) \Leftrightarrow (x_i, y_i) = (x_i, y_i) \Leftrightarrow (x_i, y_i) = (x_i, y_i)$$

$$\Leftrightarrow x_i, y_i = x_i \quad \forall i$$

$$\Leftrightarrow x_i \leq y_i \quad \forall i$$

المرشحات والمثاليات :

تذكر :

لقد رأينا المرشحات والمثاليات في البنية في الفصل السابق فكل ما ورد سابقاً يكون مجموعة في جدول A سنلاحظ هنا الاستدلال والتواصل

المرشحة : هي مجموعة جزئية من A تحقق ما يلي

١. إذا كانت $x \in F$ و $y \in F$ فإن $x \vee y \in F$

٢. إذا كانت $x \in F$ و $y \in F$ فإن $x \wedge y \in F$

٣. $1 \in F$

الشروط المتبقية: $D \neq F$ ، 0 لا يمكن أن يكون 0 من مرتبة فعلية أي $0 \neq 1$
 المجموعة الجزئية المولدة بالمتغير a هي

$$F_a = \{x \in A : x \geq a\}$$

لا يمكن أن تكون a هي

$$F_a = \bigwedge_{a \in A} \{x \vee a : x \in A\}$$

$$F_a = [a, 1]$$

$$x \in F_a \Rightarrow x \geq a \Rightarrow x = x \vee a \in \bigwedge_{a \in A} \{x \vee a : x \in A\}$$

$$y \in \bigwedge_{a \in A} \{x \vee a : x \in A\} \Rightarrow \exists x \in A : y = x \vee a \geq a \Rightarrow y \in F_a$$

المجموعة المولدة بالمجموعة الجزئية G من A هي

$$F_G = \{x \in A : x \geq a_1, a_2, \dots, a_n \text{ حيث } a_i \in G\}$$

تسمى مجموعة A متوافقة إذا كانت F_G مجموعة فعلية

١. إذا كانت $x \in I$ و $y \in I$ فإن $x \vee y \in I$

٢. إذا كانت $x \in I$ و $y \in I$ فإن $x \wedge y \in I$

٣. $0 \in I$

٤. الشرط المتبق: إذا وقلنا إذا كانت I متتالية فعلية

المتتالية الجزئية المولدة بالمتغير a

$$I_a = \{x \in A : x \leq a\} = [0, a] = A_a = \{x \in A : x \leq a\}$$

المتتالية المولدة بالمجموعة الجزئية G من A هي

$$I_G = \{x \in A : x \leq a_1 \vee a_2 \vee \dots \vee a_n \text{ حيث } a_i \in G\}$$

تسمى G متوافقة إذا كانت I_G متتالية فعلية

مثال ١: A هي مجموعة مضاعفات العدد ١٢

لقد رأينا سابقاً أن ترتيب المتتالية A هو $1, 2, 3, 4, 6, 12$ المتتالية التبادلية هي A المتتالية تسمى A في

بذلك لا يرد المصلحة المتبعية A من فائدة جزئية غير فائدة من A كقصة ما يلي:

(a) $\int_0^1 x \ln x \, dx$ جزئیة جیبہ حد A

$$a \in J \quad c \in A \quad a \in A \quad i \quad x \in J \quad \text{Ciri: } (b$$

:- रिफर

بأن مفهوم المتكاملية هو بطلان A باعتبار A مفروضاً في منطق المتكاملية باعتبار A حقة

:- c फल!

انما ننتج حاليه من الحاله

$$x \wedge y = (xy) \vee (\bar{x}\bar{y})$$

(a) $\{x \in I \mid x \in I\}$ is a subset of I .

$$xy' \in x \Rightarrow \neg y' \in \bar{1}$$
$$x \cdot y \in I \Rightarrow \exists y' \in I \} \Rightarrow x + y = (x + y') \vee (\sim y) \in I$$

وہابیہ کی طرف زہرینہ (چربیل) میں آ کر جزیرہ جمیعہ میں A

Definição: $a \in I$ é um elemento inversível em A se $\exists x \in I$ tal que

شهادة بغير الحلقه

الدعوة المكية من المولى ليرى الملك

is full

$$y = f(x) \in \mathcal{Y} \Leftrightarrow \exists x = y \Leftrightarrow y \in \mathcal{X} \wedge x \in \mathcal{Y} \text{ in } \mathcal{A}$$
$$\text{فرض } x, y \in J \text{ و } x \vee y = x + y + x y^3 \iff \exists z \in J \text{ و } x \in J \text{ حتماً! } \textcircled{F}$$

(5) $\gamma \in (\lambda \cap \delta \cap \eta) \cap \eta$ جزئیة حقة (A)

وَاللَّهُ يَأْتِيهِ مَنَاسِكُ الْمَلَائِكَةِ حِينَ يَدْعُوهُ تَخَضُّعًا وَخُضُوعًا وَيَكُونُ لَهُ مَنَاسِكُ السَّجْدَةِ

السُّقْفَةُ بَيْنَ الْحُرُوفَاتِ وَالْحَالِاتِ

متريانية صلياً بأنه إذا كانت G مجموعة جزئية من حلقة بولندية A فإن

$$G' = \{x' : x \in G\} = \{x \in A : x' \in G\}$$

و منه نشوفا کی

البرهان C:

$$0 \leq b$$

افترض ان f متجه حركية و $x \neq f$ في البرهان السابقة
 (f متجه حركية \Rightarrow اذا كان $x \neq f$ فانه يوجد $y \in f$ بحيث يكون $xy = 0$)
 توجد $y \in f$ بحيث يكون $xy = 0 \Leftrightarrow x \neq f \Leftrightarrow y \in f \Leftrightarrow x' \in f$

$$0 \leq b$$

نفرض ان $x \neq f$ $\Rightarrow x' \in f$ \Rightarrow اذا كان $x \neq 0$ بالوقت نفسه البرهان المذكور سابقاً
 يكون f متجه حركية

مبرهنة:

تكون المجموعة الجزئية f من A متجه حركية اذا وفقط اذا كان f تابع الميز χ
 معرفتين بولياني من A الى U

البرهان C:

لتكن f متجه حركية فبالتابع الميز χ

$$\begin{matrix} x \in f & \text{if} & \chi(x) = 1 \\ x \notin f & \text{if} & \chi(x) = 0 \end{matrix}$$

نكون تعريفين بولياني

$$\begin{aligned} \forall x, y \in A, \chi(xy) &= \chi(x) \chi(y) \\ \text{if } xy \in f & \text{ then } \chi(xy) = 1 \\ \text{if } xy \notin f & \text{ then } \chi(xy) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \chi(xy) = \begin{cases} 1 & \text{if } \chi(x) = 1 \text{ and } \chi(y) = 1 \\ 0 & \text{if } \chi(x) = 0 \text{ or } \chi(y) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \chi(xy) = \begin{cases} 1 & \text{if } \chi(x) \chi(y) = 1 \\ 0 & \text{if } \chi(x) \chi(y) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \chi(xy) = \chi(x) \chi(y)$$

$$\forall x \in A : \delta(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in F \\ 0 & \text{if } x \notin F \end{cases} \Rightarrow \delta(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in F \\ 0 & \text{if } x \notin F \end{cases}$$

$$\Rightarrow \delta(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \delta(x) = 0 = \delta' = (\delta(x))' \\ 0 & \text{if } \delta(x) = 1 = \delta' = (\delta(x))' \end{cases} \Rightarrow (\delta(x))' = \delta(x)$$

بالتالي δ هو دالة بولانية

المسألة:

نبرهن أن التابع الحيز (δ) هو دالة بولانية (ولنبرهن أن F مجموعة مغلقة)
 $\delta(1) = 1 \Rightarrow 1 \in F$

~~$$\delta(0) = 0 \Rightarrow 0 \notin F$$~~

نبرهن أن $x, y \in F \Rightarrow \delta(x) = 1 \wedge \delta(y) = 1 \Rightarrow \delta(xy) = 1 \Rightarrow xy \in F$
 نبرهن أن $x, y \in F \Rightarrow \delta(x) = 1 \wedge \delta(y) = 1 \Rightarrow \delta(x+y) = 1 \Rightarrow x+y \in F$

$$\delta(x) = 1 \wedge \delta(y) = 1 \Rightarrow \delta(xy) = 1$$

$$\delta(xy) = \delta(x) \delta(y) = 1 \cdot 1 = 1 \Rightarrow xy \in F$$

ومنه نستنتج أن F مغلقة ضربية، ولنبرهن أن F مجموعة مغلقة

$$\delta(x) = 1 \wedge \delta(y) = 1 \Rightarrow \delta(x+y) = 1 \Rightarrow x+y \in F$$

مبرهن:

كل مجموعة مغلقة F تحتوي على جميع العنصرات الأساسية \mathbb{Z} ، وكلها مغلقة تحت الجمع
 العنصرات الأساسية A هي 1 و -1

البرهان:

$$\text{لأن } 1 \in F \text{ و } -1 \in F \text{ و } F \text{ مغلقة تحت الجمع و } 1 \in F \Rightarrow 1+1=2 \in F$$

$$G = \{u \mid \exists x \in F, u = x\}$$

$\forall a$

$c \in P, x' \in U' \subseteq C, c \in C,$

Open lip

C. S. E. Y. E. F. A. P. E.

$$\dot{v} \in \mathcal{V}_f$$

دعای ارجو است

$$f = \frac{nV}{v \epsilon z_f}$$

منظوم